E-mail: umapalata@nkj.ru

Ума палата

ПОЗНАВАТЕЛЬНО-РАЗВИВАЮЩИЙ РАЗДЕЛ ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

● ИЗ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ

ОТКУДА ВЫРОС АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КОРЕНЬ?

Кандидат физико-математических наук Алексей ПОНЯТОВ.

Студента, перекопавшего весь парк, спрашивают:

— Что ты делаешь?

— Да вот задание дали: найти квадратный корень. Третий день копаю, а только все круглые попадаются...

Анекдот.

Меня всегда интересовало, почему столь разные математические операции как извлечение корня и нахождение корня уравнений используют один и тот же термин — «корень» и какое отношение он имеет к известной части растений? Оказалось — самое прямое. Попробуем разобраться в запутанной истории появления на свет этих терминов и современного знака корня — радикала $\sqrt{\ }$.

Решение задач, связанных с извлечением квадратного корня, археологи обнаружили ещё на вавилонских глиняных табличках, написанных около 4000 лет назад. Уже тогда древние математики находили стороны прямоугольного треугольника с помощью аналога будущей теоремы Пифагора, сторону квадрата — по известной площади и даже решали квадратные уравнения. Правда, каких-либо обозначений для квадратного корня на табличках найдено не было. Впрочем, до нашего времени их дожило слишком мало. А вот на двух египетских папирусах примерно того же времени, найденных в древнеегипетском городе Кахуне (Лахуне) в конце XIX века, имеется иероглиф $\ulcorner$, который можно считать первым символом квадратного корня. Он удивительно схож с современным знаком! Если бы эти папирусы не были найдены столь недавно, можно было бы подумать, что наш знак корня позаимствован у древних египтян.

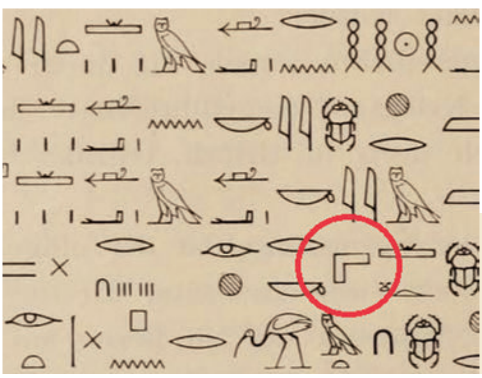
Наследниками этих древних цивилизаций были греки. Особых достижений они добились в области геометрии, к которой была сильно привязана математика. Если вам непонятно, как арифметика и даже алгебра могут быть описаны методами геометрии, надо просто представить, что возведение числа x в квадрат эквивалентно построению квадрата со стороной x, а затем измерению его площади. Отсюда, кстати, и произошёл термин «возвести в квадрат», а затем «квадратное уравнение» и по-

Фото: Urcia, A., Yale Peabody Museum of Natural History/YPM-BC-021354; надписи: T. L. Franklin/Wikimedia Commons/CC0

Вавилонская глиняная табличка YBC 7289 из коллекции Йельского университета, изготовленная в 1800—1600 годах до н. э. На ней изображено использование теоремы Пифагора для нахождения длины диагонали квадрата. Чёрные числа — перевод чисел, написанных клинописью, в нашу систему счисления. Первые четыре шестидесятеричных числа 1, 24, 51 и 10 показывают значение $\sqrt{2}$ с точностью до 5 знаков после запятой:
$1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3 = 1{,}41421296...$ (точное значение 1,41421356...).
На табличке также приведён пример, где сторона квадрата равна 30, а диагональ — 42, 25 и 35, что даёт 42,426388... (42,426406...).

добные. Извлечение квадратного корня, наоборот, представляет собой задачу построения квадрата площадью x, а затем измерение его стороны. Так что у древних греков не было понятия корня, вместо него они использовали слова ***«сторона»*** — πλευρα и ***«основание»*** — βασιζ. Именно с них и начинается наша история.

Эту терминологию восприняли и продолжатели дела эллинов — древние римляне, только перевели на латынь. Латинское слово ***latus*** («сторона»), означающее корень, можно найти в дошедшем до нас труде римского землемера II века Марка Юния Нипса. От римлян пошла традиция сокращённо обозначать корень буквой ***l*** (***L***), используемая некоторыми европейскими математиками. Хотя это обозначение никогда не было популярным, оно продержалось достаточно долго, вплоть до XVII века, и применялось некоторыми известными учёными. Его можно встретить в трудах французского философа, математика и педагога Пьера де ла Раме (1515—1572), прославившегося тезисом «всё, сказанное Аристотелем, — ложно» и погибшего в Париже в ходе Варфоломеевской ночи. Наряду с другими обозначениями ***l*** использовал один из основоположников современной алгебры французский математик Франсуа Виет (1540—1603). Его теорему для корней квадратного уравнения изучают в школе. После изобретения логарифмов буква ***l*** была задействована для их обозначения. Любопытно, что англичанин Генри Бриггс (1561—1630), создатель первых таблиц десятичных логарифмов, тем не менее использовал ***l*** для обозначения корня.



Египетский папирус с иероглифом ⌜, обозначающим квадратный корень.
Рисунок из статьи: H. Schack-Schackenburg, Zeitschrift Für Ägyptische Sprache und Altertumskunde, Vol. XXXVIII (1900), p. 136.

Чтобы понять, как греческая «сторона» превратилась в «корень», нам придётся отправиться... в Индию! Казалось бы, при чём тут Индия, расположенная так далеко от Эллады? А «виноват» во всём Александр Македонский. В 327—325 годах до н. э. он завоевал значительную часть Северной Индии, которая впоследствии вошла в состав Государства Селевкидов, основанного после смерти Александра его полководцем Селевком. Индия имела древние традиции науки, но приход в эти края греческой культуры сильно подтолкнул её развитие.

Для нас важно появление в V веке научных сиддхант. Это понятие соответствует современным «доктрина» или «учение». Ранее оно относилось к богословию, а теперь так стали называть трактаты по астрономии и другим наукам. Первые сиддханты были явно эллинистического происхождения. Важнейшая из них написана индийским математиком и астрономом Брахмагуптой около 628 года. Она называлась «Брахма-спхута-сиддханта» («Усовершенствованное учение Брахмы») и состояла из 20 книг, в основном по астрономии, но две книги были посвящены математике. В них, в частности, учёный разработал методы нахождения квадратных корней и решений квадратных уравнений. Например, он довольно точно вычислил число π как $\sqrt{10} \approx 3{,}162278$. Любопытно, что в этот же период в Индии были изобретены цифры десятичной позиционной системы счисления, используемые нами и по сей день.

Большинство научных трактатов индийцев написаны на санскрите — языке религиозных книг брахманов. Этот язык играл роль латыни в Европе, он позволял понимать написанное людям, говорящим на разных языках. Греческие термины были переведены на санскрит как «пада» (сторона, основание) и «мула» (основание). Брахмагупта использовал слово «мула» и его сокращение «му», а оно имело также значение «корень». Это легко объяснить: корень можно считать основанием растения, на котором оно растёт. Вот и возникло слово «корень» в нашей истории, но его приключения на этом не закончились. Эллинистические государства в Азии к тому времени уже давно пали, их место заняли арабы. Корню пришлось возвращаться обратно в Европу окружным путём.

И здесь помог багдадский халиф Харун ар-Рашид, или Гарун аль-Рашид (766—809), известный по сказкам «Тысячи и одной ночи». Он основал в Багдаде библиотеку «Дом мудрости», которая впоследствии превратилась в крупнейшую своего рода исламскую академию наук, сделавшую Багдад на 500 лет интеллектуальным центром того времени. В ней работали выдающиеся учёные региона. Халифы собрали в библиотеке богатейшую коллекцию научных и философских трактатов на древнегреческом, индийском, китайском и других языках, многие из которых были переведены на арабский язык.

Именно в «Доме мудрости» познакомился с сиддхантами величайший арабский математик того времени Мухаммед ибн Муса аль-Хорезми (ок. 783 — ок. 850). Вдохновлённый новыми цифрами и арифметикой с ними он написал в 820-е годы две книги, сыгравшие огромную роль в развитии математики. Первая — «Книга об индийском счёте» — способствовала распространению индийских цифр сначала в арабском мире, а затем и в Европе. Название второй на арабском звучит так: «Китаб аль-джебр ва-

Почтовая марка СССР, посвящённая 1200-летию со дня рождения Мухаммеда аль-Хорезми, чьи труды оказали огромное влияние на развитие алгебры. Изображение условное, поскольку портретов учёного не существует.

ль-мукабала». Это был первый в истории учебник по элементарной алгебре, обучающий решать уравнения. Сами результаты, приведённые в нём, по большей части получены индийскими математиками, в том числе упомянутым Брахмагуптой, но Европа познакомилась с ними по латинскому переводу середины XII века книги аль-Хорезми, поэтому начало развития европейской математики оказалось неразрывно связано с его книгой и его именем. Так от слова «аль-джебр» в названии произошло современное название науки — алгебра. А от первых слов латинского перевода «Dixit Algorizmi...» («Алгоризми сказал...», так переводчик записал на латыни имя автора) образовалось слово «алгоритм», им средневековые математики назвали правила арифметики, основанной на десятичной позиционной системе счисления, которую мы используем до сих пор. Позднее алгоритмом стали называть всякое вычисление по строго определённым правилам.

Арабские книги добрались из Багдада до Западной Европы через Испанию. Причём это были книги не только арабских авторов, но и переводы на арабский древнегреческих книг, которые Европа утратила. Столь странный, на первый взгляд, маршрут связан с тем, что в VIII веке, после завоевания Северной Африки, арабы захватили Иберийский полуостров и основали там Кордовский эмират (позднее халифат). В лучшие времена он занимал две трети современных Испании и Португалии. Его столица Кордова со знаменитым университетом стала интеллектуальным центром Европы. Библиотека халифа в конце X века насчитывала не менее 500 000 томов. Столько, наверное, не набралось бы во всей остальной Европе. Неудивительно, что Кордова стала источником научных, в том числе и математических, сведений для европейцев. По мере того, как те отвоёвывали у мавров Испанию, всё больше учёных из разных стран приезжали сюда за знаниями. С XII века в Испании расцветает деятельность переводчиков книг с арабского. Эти переводы сыграли значительную роль в развитии европейской науки.

Но вернёмся к книге аль-Хорезми. Термин «мула» арабские переводчики перевели словом «джизр», также означающим корень растения. Однако в индийских работах термин имел ещё и значение «основание», которое использовалось для обозначения неизвестной величины. Аль-Хорезми сохранил и этот смысл за словом «джизр». В результате возникла некоторая неопределённость, и читающий, встретив слово «джизр», должен был по контексту догадаться, о чём идёт речь: об извлечении корня или о неизвестной величине в уравнении. Например, словесное описание уравнения

$$ax^2 = bx$$

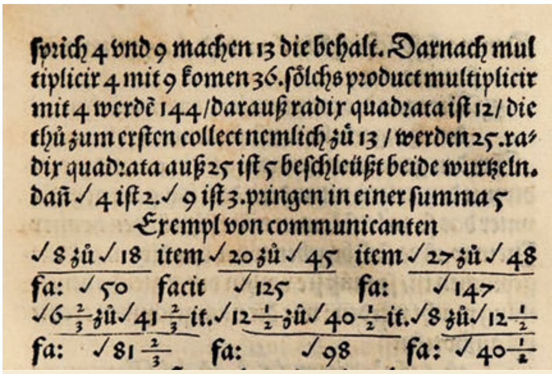
у аль-Хорезми выглядело примерно так: «квадрат» равен «корню». В данном случае под корнем аль-Хорезми подразумевает неизвестное. В современной записи уравнения оно обозначено «x», но средневековые математики неизвестное буквой ещё не обозначали. Наш современник не сразу и поймёт.

Математика в ходе своего развития всегда стремилась вводить термины, имеющие единственное значение, поскольку их неоднозначность, свойственная словам обычного языка, может приводить к ошибкам. Однако в данном случае математики нарушили свои правила. Видимо, авторитет аль-Хорезми был настолько высок, что эту неоднозначность термина «корень» не устранили и она дожила до наших дней. Средневековые математики вплоть до эпохи Возрождения называли неизвестную величину в уравнении либо «вещью», либо «корнем».

Правда, есть забавная деталь. Арабское слово «джизр» первоначально перевели на латынь словом «***radix***», которое также имеет значение «корень». Но это слово в математике в итоге не закрепилось. Более жизнеспособным оказался образованный от него впоследствии термин «***радикал***» (от позднелатинского radicalis — имеющий корни). Но он стал означать только знак корня $\sqrt{}$ (о его других значениях, не относящихся к данной теме, говорить не будем). А вот переводы слова «*radix*» на национальные языки — «*корень*» в русском или «*root*» в английском — приобрели оба его смысла. Поэтому в наши дни одинаковое слово «корень» в названии операций извлечения корня и нахождения корня уравнения (его решения) напоминает нам об арабских математиках и книге аль-Хорезми.

Впрочем, у математиков прошлого была ещё одна причина называть решения уравнений корнями. Найдя в XVI веке формулы для решений квадратных, кубических и уравнений четвёртой степени, в которых используются только четыре основные арифметические операции и извлечение корней, математики ошибочно решили, что и для подобных уравнений более высоких степеней (их называют полиномиальными) можно найти решение, используя только эти операции. Они назвали это решением уравнения в радикалах. Лишь в XIX веке теорема Абеля—Руффини, окончательно доказанная в 1824 году, показала, что это в общем случае неверно. Но было уже поздно. Термин «корень», строго говоря, применимый только для решения уравнения $x^n = a$, которое действительно является корнем $x = \sqrt[n]{a}$, был распространён на все полиномиальные уравнения, а потом и вообще на все типы уравнений.

Итак, с появлением в математике слова «корень» с двумя указанными в начале смыслами мы разобрались. Поговорим теперь о знаке корня. До начала XVI века математические тексты в Европе были всё ещё словесными, в лучшем случае в некоторых странах часто используемые слова сокращали. В исходном тексте аль-Хорезми и его латинских переводах сокращений для корня не было. В 1220 году сокращение для слова *radix* в виде ℞ предложил первый крупный математик средневековой Европы


ſprich 4 vnd 9 machen 13 die behalt. Darnach mul tiplicir 4 mit 9 komen 36. ſölchs product multiplicir mit 4 werdē 144 / darauß radix quadrata iſt 12 / die thů zum erſten collect nemlich zů 13 / werden 25. ra dix quadrata auß 25 iſt 5 beſchleüßt beide wurtzeln. dañ ✓4 iſt 2. ✓9 iſt 3. pringen in einer ſumma 5

Exempl von communicanten

✓8 zů ✓18 item ✓20 zů ✓45 item ✓27 zů ✓48

fa: ✓50 facit ✓125 fa: ✓147

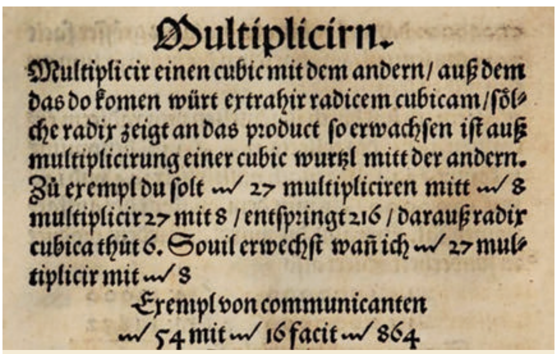
✓6 2/3 zů ✓41 2/3 it. ✓12 1/2 zů ✓40 1/2 it. ✓8 zů ✓12 1/2

fa: ✓81 2/3 fa: ✓98 fa: ✓40 1/2

Фрагмент страницы из книги Кристофа Рудольфа «Die Coss» (1525) с объяснением работы с квадратными корнями. В шестой строке приведено вычисление корней $\sqrt{4} = 2$ *и* $\sqrt{9} = 3$.

Источник: Google Книги. Владелец оригинала: Баварская государственная библиотека (Staats- und Stadtbibliothek Augsburg).

Леонардо Пизанский (1170—1250), более известный под прозвищем Фибоначчи. Надо оговориться, что о его приоритете судить очень трудно, поскольку информации о европейской науке до XII века практически не сохранилось и более ранних работ с использованием этого сокращения пока не найдено.


Multiplicirn.

Multiplicir einen cubic mit dem andern / auß dem das do komen würt extrahir radicem cubicam / ſöl che radix zeigt an das product ſo erwachſen iſt auß multiplicirung einer cubic wurtzl mitt der andern. Zů exempl du ſolt ∿✓27 multipliciren mitt ∿✓8 multiplicir 27 mit 8 / entſpringt 216 / darauß radix cubica thůt 6. Souil erwechſt wañ ich ∿✓27 mul tiplicir mit ∿✓8

Exempl von communicanten

∿✓54 mit ∿✓16 facit ∿✓864

Фрагмент страницы из книги Кристофа Рудольфа «Die Coss» (1525) с объяснением произведения кубических корней. В последней строке приведён пример $\sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{864}$.

Источник: Google Книги. Владелец оригинала: Баварская государственная библиотека (Staats- und Stadtbibliothek Augsburg).

Поскольку Фибоначчи был итальянцем, то это сокращение стало особенно популярным на его родине и в Испании, где практически не имело конкурентов до конца XVI века. Лишь к концу XVII века его вытеснил современный знак корня. Тогда же символ ℞ использовали в различных написаниях многие известные математики, в том числе и оказавший огромное влияние на развитие науки Джероламо Кардано (1501—1576), нашедший, в частности, общее решение кубического уравнения, выражающееся через кубические корни (формула Кардано). В обозначениях Кардано выражение

$$\sqrt[3]{\sqrt{108} + 10} - \sqrt[3]{\sqrt{108} - 10}$$

выглядело бы так:

℞.v.cu.℞ 108$\tilde{p}$10|$\tilde{m}$℞.v.cu.℞108$\tilde{m}$10.

Тогда общепринятого способа записи степени корня не было. Как правило, это делалось с помощью различных буквенных обозначений. Кардано для кубического корня использовал «v.cu.». Не было и привычных нам знаков «+» и «–». Кардано использует сокращения $\tilde{p}$ и $\tilde{m}$ от «plus» и «minus».

Альтернативный вариант придумал автор первого немецкого учебника по алгебре «Die Coss» (1525) Кристоф Рудольф (1499 — 1545). В своей книге он ввёл символы ✔, ✔✔✔ и ✔✔ для квадратного, кубического и корня четвёртой степени соответственно. Именно первый из этих символов в итоге и превратился в современный знак корня. Два других были отброшены, в первую очередь из-за сложности записи таким способом корней более высокой степени. К тому же, знак ✔✔✔ был нелогичен. Он напоминал ✔ ✔ ✔, что соответствовало

$$\sqrt{\sqrt{\ \sqrt{\ }}} = \sqrt[8]{\ },$$

то есть корню восьмой степени, а не третьей. Из-за этого могли возникнуть недоразумения.

Запись с помощью символов Рудольфа напоминала современную:

✓4 = 2, ✓✓✓8 = 3 и ✓✓ 16 = 4.

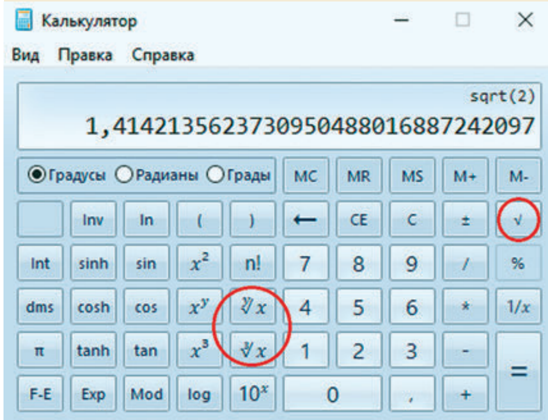
Только вместо «=» он использует немецкое «ist» — быть. Скобки тогда ещё не стали общеупотребительными в математике, и чтобы показать сложное подкоренное выражение, Рудольф ставил впереди него точку. Так $\sqrt{\sqrt{21}+4}$ у него будет выглядеть как ✓.✓21 + 4.

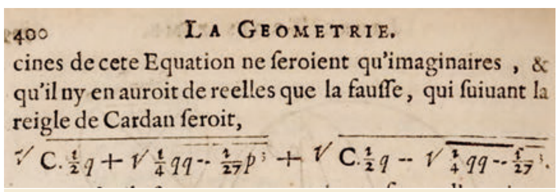
Немецкий математик, один из изобретателей логарифмов, Михаэль Штифель (1487—1567) в 1553 году переработал (фактически написал заново) книгу Рудольфа и придал знаку корня его современную форму √, удлинив левую часть. Такой символ вы можете найти в шрифтах текстовых редакторов или на кнопке калькулятора в Windows. Он же предложил считать символ √ без дополнительных обозначений знаком квадратного корня. Удобство нового немецкого символа привело к тому, что уже к 1570 году он проник во Францию, Англию и даже в Испанию и Италию, а ещё через сотню лет, благодаря авторитету Декарта, стал доминирующим.

Что же вдохновило Рудольфа создать знак такой формы? Придумал ли он его «с нуля» или у него был какой-то предшественник? Сам Рудольф не оставил никаких сведений на этот счёт. С подачи Леонардо Эйлера принято считать, что ✓ представляет собой искажённое, скорописное начертание буквы «r», то есть сокращение всё того же слова *radix*. Это выглядит логично, поэтому именно такая версия приведена во всех современных энциклопедиях и справочниках.

Некоторым немецким историкам такая интерпретация не понравилась, поскольку символ ✓ больше похож на букву «V», ведь у него отсутствует горизонтальная часть. Они выдвинули свою гипотезу. В немецких архивах отыскались рукописи, в которых знаком квадратного корня служит обыкновенная точка, стоящая перед подкоренным выражением, три точки соответствуют кубическому корню, а две — корню четвёртой степени. Не правда ли, очень похоже на идею Рудольфа? Рукописная алгебра с такими обозначениями в Дрезденской библиотеке датирует-

Символ корня, придуманный Кристофом Рудольфом, на калькуляторе в ОС MS Windows.





400 LA GEOMETRIE.

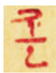
cines de cete Equation ne ſeroient qu'imaginaires, & qu'il ny en auroit de reelles que la fauſſe, qui ſuiuant la reigle de Cardan ſeroit,

$\sqrt{C.\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}} + \sqrt{C.\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}}$.

Фрагмент страницы из «Геометрии» Рене Декарта (1637), на которой приведено выражение, содержащее кубические и квадратные корни. Подкоренные выражения показаны чертой сверху (vinculum), пока ещё не соединённой со знаком корня √.

Источник: Google Книги. Владелец оригинала: National Library of the Netherlands (original from the University of Amsterdam).

ся примерно 1480 годом. К 1524 году точка пожирнела и приобрела хвост, изогнутый вверх вправо, и стала похожа на музыкальную ноту ♩. Скорее всего, изобретатель знака хотел отличить точку-корень от прочих точек в тексте. Теперь $\sqrt{2}$ выглядел как ♩2𝓏, $\sqrt[3]{2}$ — как ♩2 c^e, а $\sqrt[4]{2}$ — как ♩♩2𝓏. Рудольф был знаком с этими рукописями. Они, по мнению авторов гипотезы, и привели его к идее собственных знаков, где вместо точки используется короткий штрих.

Есть также маловероятная версия, что знак корня произошёл от написания арабской буквы «джим», первой буквы слова «джизр». В начале слов она выглядит как ﺟ, что действительно напоминает знак корня, повёрнутый набок. Арабы ставили этот символ над числом, чтобы показать извлечение квадратного корня. Например, $\sqrt{\frac{1}{2}}$ будет выглядеть как .

Следующий шаг в доведении знака корня до современного вида сделал один из основоположников аналитической геометрии, французский философ, математик и естествоиспытатель Рене Декарт (1596—1650). В своём труде «Геометрия» (1637) он использовал для указания подкоренного выражения вместо точек и прочих знаков — горизонтальную черту (vinculum — в переводе с латыни — «оковы»), которая чертилась над ним. По сути, это был аналог современных скобок. Мы до сих пор используем в математике черту сверху для объединения определённых символов, например, для обозначения отрезка: $\overline{AB}$. Сначала черта рисовалась отдельно от символа √, но позднее состыковалась с ним, образовав современный символ корня $\sqrt{\ }$. Благодаря авторитету Декарта и нескольким изданиям его «Геометрии» новый символ быстро завоевал Европу.

Теперь осталось только модернизировать указание степени корня. Заменить буквы на числа придумал фламандский математик, механик и инженер Симон Стевин (1548–1620). Он писал их в кружочке после знака √③. В целом эту новацию встретили одобрительно, хотя некоторые продол-

● ПОДРОБНОСТИ ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

ЛЮБОПЫТНЫЕ ФАКТЫ О КОРНЯХ

За несколько веков для записи корней математиками было предложено множество различных вариантов, не получивших распространения. Среди них встречаются и весьма любопытные.

Один из изобретателей логарифмов, шотландский математик Джон Непер (1550—1617) в рукописи по алгебре, опубликованной лишь в 1839 году, описал изобретённую им оригинальную нотацию для выражения корней разных степеней. Опиралась она на таблицу из 9 чисел:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

В соответствии с ней знак ⊔, стоящий перед числом, означал квадратный корень, ⊐ — корень четвёртой степени, □ — пятой и Γ — девятой степени.

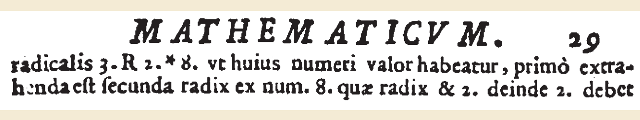
Испанский математик Перес де Мойя (предположительно 1512—1596) в своём учебнике по арифметике 1562 года записал квадратный корень как **«r»**, а кубический корень как **«rrr»**. Само по себе для того времени это не слишком оригинально. Забавно то, что в последнем, четырнадцатом, издании учебника, выпущенном в 1784 году, по-прежжали писать по старинке. Так, Декарт в 1637 году изобразил кубический корень как «$\sqrt{}$**C.**», но уже в 1640 году перешёл на числа. Английский математик Джон Валлис (1616—1703) в 1655-м перестал заключать числа в круги и расположил их после символа корня $\sqrt{}^{3}$. Разместить степень в начале знака корня предложил ученик Стевина Альбер Жирар (1595—1632) ещё в 1629 году, но к его идее обратились лишь в конце века, когда у некоторых математиков появляется практически современное написание радикала $\sqrt[n]{\ }$. Однако потребовался весь XVIII век, чтобы оно окончательно закрепилось. Возможно, этому способствовал авторитет Исаака Ньютона (1642— 1727), в книге которого «Универсальная арифметика» (так он назвал алгебру) 1761 года издания на латыни используется именно современный знак корня. Эта книга в своё время вызвала большой интерес и неоднократно переиздавалась на разных языках, в XVIII веке вышли пять только латинских её переизданий.

Отметим любопытный факт. «Универсальную арифметику» Ньютон написал между 1673 и 1683 годами. В то время труды Валлиса, одного из родоначальников математического анализа, произвели настолько большое впечатление на молодого Ньютона, что именно ему первому Ньютон изложил в письме принципы разработанного им дифференциального исчисления. Идею Валлиса с корнем он тоже принял. Поэтому в первом издании арифметики 1707 года, увидевшего свет без согласия Ньютона, степень стояла после знака корня, причём почему-то внизу, например, $\sqrt{3{:}64}$ для $\sqrt[3]{64}$. А вот в книге 1720 года корни были как у Валлиса. Так что, возможно, надо сказать спасибо переводчику или редактору последующих изданий за современный радикал.

Вот такая история. Теперь, написав или набрав на компьютере какой-нибудь корень, вспомните о многовековой эволюции этого, казалось бы, простого знака и подумайте о том, какая непростая задача создать действительно хороший математический символ.

нему кубический корень обозначался как **«rrr»**. Книга Мойи — один из самых ярких примеров сохранения на протяжении веков старых и неудачных обозначений, когда в общем употреблении уже используются гораздо более совершенные знаки.

Итальянский математик Джироламо Витали (1623—1698) в 1690 году неожиданно назвал кубический корень «secunda radix», то есть «вторым корнем», имея в виду, что он следует за квадратным. И соответственно обозначил его «R.2». В его обозначениях выражение $3\sqrt[3]{8}$ выглядит довольно странно: «**3.R.2*8.**»


MATHEMATICVM. 29
radicalis 3.R 2.* 8. vt huius numeri valor habeatur, primò extrahenda est secunda radix ex num. 8. quæ radix & 2. deinde 2. debet

Немецкий учёный-энциклопедист Христиан фон Вольф (1678 – 1754), кстати, учитель М. В. Ломоносова в Марбурге, в 1716 году использовал в одной из работ в качестве радикала астрономический символ ♈, обозначающий созвездие Овна и точку весеннего равноденствия. Кубический корень у него выглядит как ♈^{3}.

Любопытное применение символа $\sqrt{}$ возникло в Голландии во второй половине XVII века и сохранялось там среди некоторых математиков до конца XVIII века. Если $\sqrt{}$ стоял перед числом, то означал квадратный корень, если после — то квадрат числа.