

ИЗМЕРЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

Р. Тертухин, М. Убович,
 учащиеся ГБОУ СОШ № 138, г. Санкт-Петербург,
 Научный руководитель: **И.Я. Филиппова,**
 к.ф.-м.н., учитель физики ГБОУ СОШ № 138,
 г. Санкт-Петербург



В статье описан метод измерения ускорения свободного падения с помощью комплекта оборудования ME-4 для выполнения лабораторных работ по механике.

Явление всемирного тяготения приводит к тому, что все предметы рядом с поверхностью Земли, лишённые опоры, приходят в равноускоренное движение, направленное к центру Земли. Из школьного курса мы знаем, что величина этого ускорения составляет весьма существенную величину — $9,8 \text{ м/с}^2$. Мы поставили перед собой цель измерить это ускорение разными способами и сопоставить результаты измерения, полученные разными методами.

Способ 1. Исследование свободного падения тел

Опыт 1. Измерение с помощью комплекта оборудования ME-4 для выполнения лабораторных работ по механике (Phywe, Германия). Вид экспериментальной установки приведен на рис. 1.

Описание установки: регистрация выполняется с помощью специального таймера счетчика с точностью $0,001 \text{ с}$. Старт регистрации происходит в момент начала движения проводящего шарика (в этот момент разрывается электрическая цепь), завершается регистрация в момент пересечения шариком луча в зазоре фототорота. Дальность полета измеряется с помощью рулетки (расстояние от точки старта до фототорота). Точность измерения 1 см .

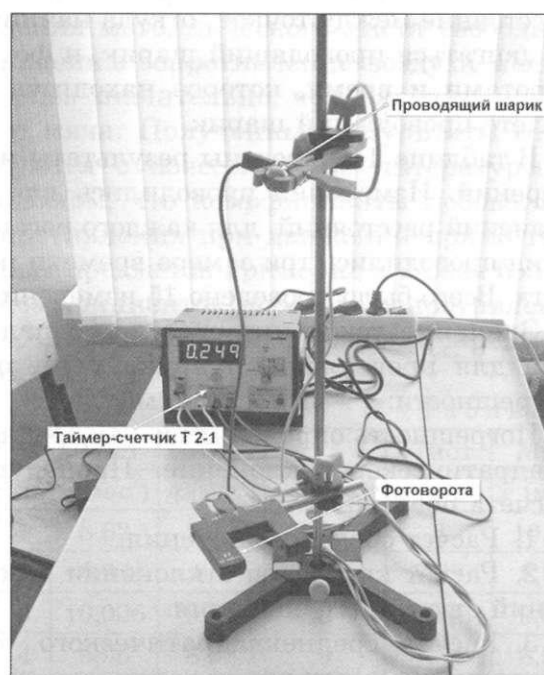


Рис. 1. Вид установки (комплект ME-4)

В данном случае движение начинается без начальной скорости, следовательно, для пройденного пути (расстояния от места старта до фототорота) верно выражение: $h = \frac{gt^2}{2}$. Если h и t известны, то для расчета g получаем выражение:

$$g = \frac{2h}{t^2}.$$

Таблица 1

Результаты измерения времени полета проводящего шарика

t (с)	h (м)	g (м/с ²)	t (с)	h (м)	g (м/с ²)	t (с)	h (м)	g (м/с ²)
0,336	0,6	10,62925	0,379	0,72	10,02499	0,469	1,14	10,36547
0,335	0,6	10,6928	0,441	0,94	9,666754	0,463	1,14	10,63587
0,343	0,6	10,19983	0,432	0,94	10,07373	0,268	0,36	10,0245
0,385	0,72	9,71496	0,429	0,94	10,21512	0,255	0,36	11,07266
0,378	0,72	10,07811	0,476	1,14	10,06285	0,258	0,36	10,81666
среднее		10,2849						

В этом эксперименте нами измерялись расстояние между точкой, откуда начинается двигаться проводящий шарик, и фотодворотами и время, которое находится в полете проводящий шарик.

В таблице 1 приведены результаты измерений. Измерения проводились для 5 значений расстояний, для каждого расстояния проводились три замера времени полета. Всего было проведено 15 измерений.

Значение ускорения свободного падения для проводящего шарика с учетом погрешности: $g = (10,3 \pm 0,4) \text{ м/с}^2$.

Погрешность определялась как среднеквадратическое отклонение. Процедура расчета погрешности:

1. Расчет среднего значения.
2. Расчет квадратов отклонения измерений от среднего значения.
3. Расчет среднеквадратического отклонения по формуле:

$$\Delta g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (g_{cp} - g_i)^2}{n-1}},$$

где n — число измерений (в нашем случае $n = 15$).

Опыт 2. Исследование движения падающих предметов с помощью датчика расстояния цифровой лаборатории «Архимед».

Вид экспериментальной установки приведен на рис. 2.

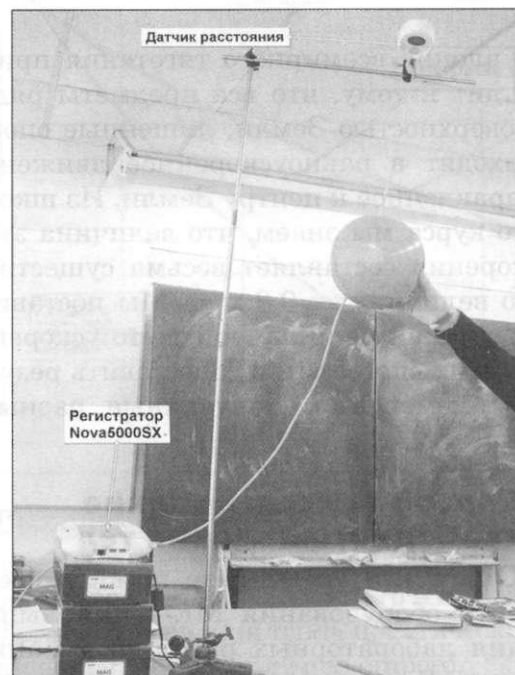


Рис. 2. Вид установки для исследования движения падающих тел с помощью датчика расстояния цифровой лаборатории «Архимед»

Описание установки. На универсальном штативе на дополнительном горизонтальном стержне закрепляется датчик расстояния цифровой лаборатории «Архимед» (рис. 2). Штатив располагается на учительском столе. Выносной стержень нужен для того, чтобы край стола не попадал в поле обзора датчика расстояния. Это дает воз-

возможность проследить падение предмета с высоты примерно 2 м до пола.

Параметры регистрации датчика расстояния цифровой лаборатории «Архимед» (пределы измерения от 0,4 до 10 м): 25 замеров в секунду в течение 40 с.

На рис. 3 приведен пример графика движения падающего мяча, зарегистрированного с помощью датчика расстояния цифровой лаборатории (ЦЛ) «Архимед». Участок кривой, соответствующий падению предмета на зарегистрированном графике движения (см. рис. 3), аппроксимировался полиномом второй степени. При этом общий вид уравнения движения равноускоренного движения:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Наибольший интерес для нас представлял старший коэффициент полинома (при второй степени времени), так как он соответствует половине ускорения, с которым двигается тело.

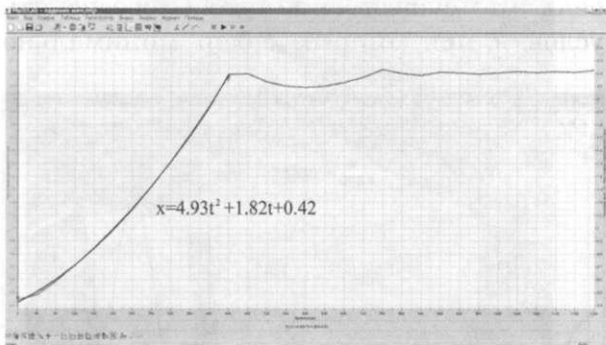


Рис. 3. График движения падающего мяча, зарегистрированный датчиком расстояния цифровой лаборатории «Архимед»

Линия на рис. 3 соответствует графику аппроксимирующей функции (полиному второй степени), которой программа Multilab аппроксимирует выделенный участок графика. Старший коэффициент уравнения соответствует ускорению $9,86 \text{ м/с}^2$.

Этим методом было изучено движение двух падающих предметов — металлического листа прямоугольной формы и мяча. Для каждого предмета было выполнено по 10 измерений. Результаты измерений представлены в таблице 2. Погрешности опыта рассчитывались по методике, изложенной в описании опыта 1.

Результаты измерения.

Для падающего металлического листа: $g = (8,6 \pm 0,9) \text{ м/с}^2$.

Для мяча: $g = (9,2 \pm 0,7) \text{ м/с}^2$.

Можно предположить, что в случае падения металлического листа свободному падению сопротивление воздуха мешало более значительно, чем падению круглого мяча. Полученные результаты согласуются с известным из литературы [1] фактом, что коэффициенты лобового сопротивления при движении прямоугольных предметов примерно в 2 раза больше коэффициентов лобового сопротивления, возникающих при движении предметов сферической формы.

Таблица 2

	Лист	Мяч		Лист	Мяч
№	$g \text{ (м/с}^2\text{)}$	$g \text{ (м/с}^2\text{)}$	№	$g \text{ (м/с}^2\text{)}$	$g \text{ (м/с}^2\text{)}$
1	8,62	9,86	6	8	10,54
2	8,94	9,4	7	7,88	8,84
3	10,006	9,02	8	8,086	9,86
4	9,96	8,38	9	7,54	8,92
5	9,26	8,56	10	8,026	8,34
			среднее	8,6318	9,17

Опыт 3. Измерение ускорения свободного падения с помощью датчика ускорения цифровой лаборатории Собга4 и датчика ускорения цифровой лаборатории «Архимед». Датчик ускорения регистрирует вес датчика в предположении, что его масса равна 1 кг. За единицу принимается вес в поле притяжения Земли на ее поверхности.

мешал бы движению датчика вместе с падающим объектом. Идеология эксперимента была такая же, как и в случае датчика цифровой лаборатории Cobra4. Оказалось, что датчик реагирует только на движение вдоль своей центральной оси, что требовало организовать падение бруска таким образом, чтобы в процессе падения не происходили повороты падающего тела.

Как и в опыте 1 движение датчика начинается без начальной скорости, следовательно, для пройденного пути (расстояния от начального положения датчика до подушки) верно выражение:

$$h = \frac{gt^2}{2}.$$

Если h и t известны, то для расчета g получаем выражение:

$$g = \frac{2h}{t^2}.$$

График зависимости ускорения (веса) от времени, зарегистрированный датчиком



Рис. 6. Работа с датчиком ускорения ЦЛ «Архимед»

ускорения цифровой лаборатории «Архимед» (рис. 7) аналогичен графику, зарегистрированному датчиком ускорения цифровой лаборатории Cobra4 (рис. 5). Результаты измерения приведены в таблице 3.

Таблица 3
Результаты измерения ускорения свободного падения с помощью датчика ускорения

	Датчик ускорения Phywe	Датчик ускорения Архимед		Датчик ускорения Phywe	Датчик ускорения Архимед
№	g (м/с ²)	g (м/с ²)	№	g (м/с ²)	g (м/с ²)
1	11,7	9,16	6	8,8	9,05
2	10,4	10,12	7	10,82	11,11
3	10,06	9,92	8	8,78	8,98
4	8,98	9,38	9	8,83	9,38
5	9,22	10,02	10	8,67	8,79
			среднее	9,626	9,591

Разброс результатов измерения, полученных с помощью датчика ускорения ЦЛ «Архимед», оказался меньше, чем в случае измерений с помощью датчика ускорения цифровой лаборатории Cobra4. Расчет по-

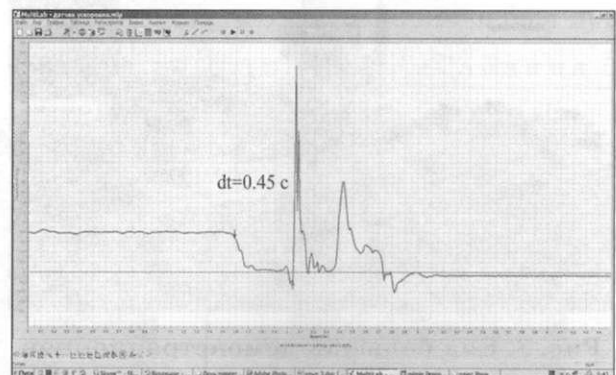


Рис. 7. График зависимости ускорения (веса) датчика от времени (ЦЛ «Архимед»)

грешности велся по методике, изложенной в опыте 1.

Полученные результаты.

Датчик ускорения Cobra4:

$$g = (10 \pm 1) \text{ м/с}^2.$$

Датчик ускорения ЦЛ «Архимед»:

$$g = (9,6 \pm 0,7) \text{ м/с}^2.$$

Способ 2. Измерение ускорения свободного падения с помощью наклонной плоскости

При движении тела по наклонной плоскости вверх второй закон Ньютона записывается: $ma_1 = mg \sin \alpha + F_{mp}$, где α — угол, который образует наклонная плоскость с горизонтом. При движении вниз $ma_2 = mg \sin \alpha - F_{mp}$. Сумма ускорений движения вверх и вниз по наклонной плоскости одного и того же объекта равна $2g \sin \alpha$. Следовательно, если нам удастся измерить эти ускорения и определить угол, который образует наклонная плоскость с горизонтом, то мы сможем определить ускорение свободного падения.

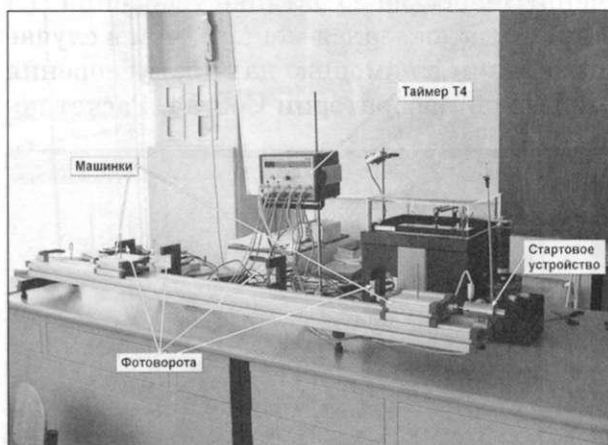


Рис. 8. Вид большой демонстрационной дорожки с таймером Т4 (Phywe)

Наклонная плоскость нами была создана следующим образом. Одна из опор

большой демонстрационной дорожки Phywe (см. рис. 8) была поднята на 4,5 см. Расстояние между опорами равнялась 110 см. Значение для синуса угла наклона оказалось равно 0,041.

Для измерения ускорения были использованы три метода регистрации.

Опыт 4. Для регистрации был использован таймер-счетчик Т4, позволяющий получать данные от 4 фотодворот (рис. 8). Таймер-счетчик работал в режиме измерения времени от момента старта легкоподвижной машинки до момента перекрытия флажком машины светового пучка между створками ворот. Первым изучалось движение вниз по наклонной плоскости. Движение начиналось без начальной скорости (стартовое устройство работало в режиме, когда в момент старта резко отводится назад магнитная вставка, удерживающая машинку, при этом машинка начинает двигаться под действием силы тяжести вниз по наклонной плоскости). Полученные результаты приведены в таблице 4.

Таблица 4

Движение машинки вниз по наклонной плоскости

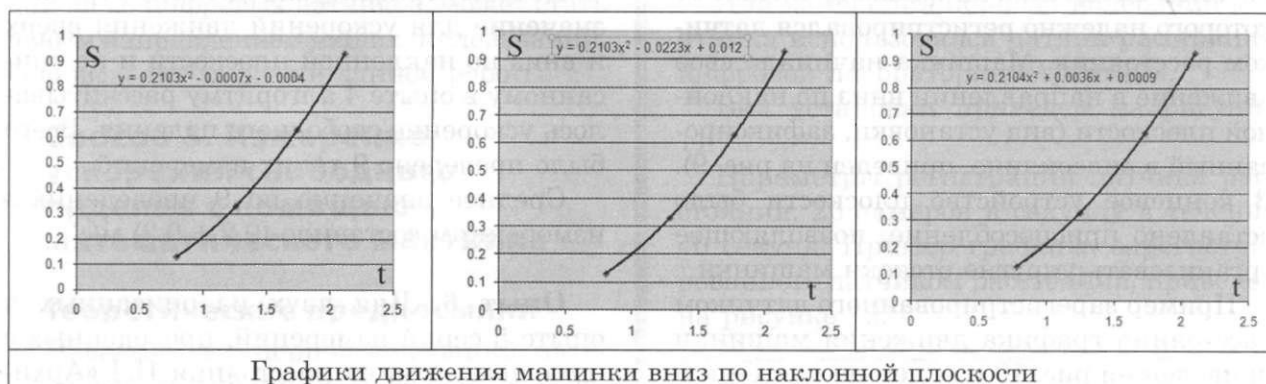
	Опыт 1	Опыт 2	Опыт 3
S (м)	t (с)	t (с)	t (с)
0,13	0,789	0,804	0,775
0,33	1,255	1,284	1,242
0,63	1,733	1,768	1,721
0,93	2,105	2,143	2,093
Ускорение	0,42	0,42	0,42

Соответствующие графики движения, построенные средствами программы Excel, приведены в таблице 4а.

Вид графиков движения при движении вниз показывает, что движение является равноускоренным.

Для изучения движения вверх по наклонной плоскости был использован второй

Таблица 4а



Графики движения машинки вниз по наклонной плоскости

режим работы стартового устройства. В момент старта головка, содержащая магнитный удерживатель машинки, создает резкий толчок, в результате которого машинка приобретает начальную скорость. Результаты изучения движения вверх по наклонной плоскости приведены в таблице 5.

Таблица 5
Движение машинки вверх по наклонной плоскости

	Опыт 1	Опыт 2	Опыт 3
S (м)	t (с)	t (с)	t (с)
0,08	0,102	0,099	0,1
0,18	0,282	0,28	0,282
0,28	0,482	0,482	0,486
0,38	0,746	0,751	0,757
Ускорение	0,433	0,437	0,432

Соответствующие графики движения, построенные средствами программы Excel, приведены в таблице 5а.

Вид графиков движения при движении вверх показывает, что движение является равнозамедленным.

Расчетное значение ускорения свободного падения оказалось $10,4 \text{ м/с}^2$. Это число получено в результате деления суммы средних значений ускорения движения вверх и вниз по наклонной плоскости на удвоенный синус угла наклона плоскости.

Опыт 5. Измерения с помощью датчика расстояния цифровой лаборатории «Архимед». Параметры регистрации: 25 замеров в секунду в течение 80 секунд. Для уверенной регистрации к машинке был при-

Таблица 5а



Графики движения машинки вверх по наклонной плоскости

креплен специальный флажок, сигнал от которого надежно регистрировался датчиком расстояния. Машинка начинала свое движение в направлении вниз по наклонной плоскости (вид установки, зафиксированный в видеоклипе, приведен на рис. 9). В концевое устройство плоскости было вставлено приспособление, позволяющее организовать упругие отскоки машинки.

Пример зарегистрированного датчиком расстояния графика движения машинки приведен на рис. 10 и виден на настенном экране (рис. 9).



Рис. 9. Окно программы Multilab в режиме видеоанализа. В окне видео указано расположение элементов экспериментальной установки

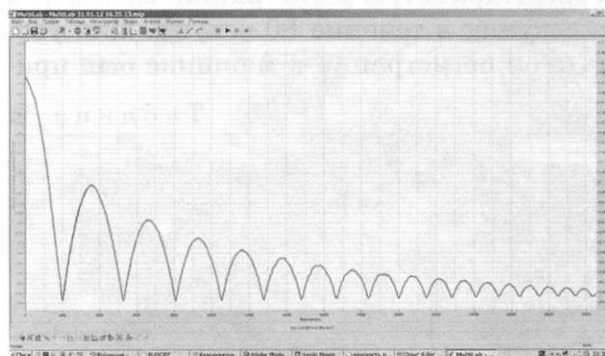


Рис. 10. График движения машинки по наклонной плоскости, зарегистрированный датчиком расстояния цифровой лаборатории «Архимед»

По этому графику определялось среднее значение для ускорений движения вверх и вниз по наклонной плоскости и по описанному в опыте 4 алгоритму рассчитывалось ускорение свободного падения. Всего было проведено 9 таких измерений.

Среднее значение по 9 проведенным измерениям составило $(9,2 \pm 0,3) \text{ м/с}^2$.

Опыт 6. Для двух из описанных в опыте 5 серий измерений, проведенных с помощью датчика расстояния ЦЛ «Архимед», были сняты видеоролики, которые были обработаны методом видеоанализа в программе Multilab. Для съемки видеоклипа была использована стандартная видеокамера Canon с частотой кадров 25 кадров/с. В результате оцифровки видеороликов были получены графики движения. На рисунке 9 приведено окно программы Multilab в режиме видеоанализа. В верхнем правом окне — окне графиков, виден график движения, полученный после оцифровки видеофайла. Видно, что эти графики аналогичны графикам, приведенным на рисунке 10. Отличается положение начала отсчета. Датчик измеряет расстояние до предмета, а в случае видеоанализа экспериментатор вправе по своему усмотрению расположить начало отсчета и выбрать направление координатных осей. Как видно по рисунку 9, при видеоанализе начало координат было совмещено с точкой начала движения.

Проведенная аппроксимация графиков движения позволила оценить ускорение движения. На удивление, результаты измерения методом видеоанализа оказались существенно более высокими, чем данные, полученные датчиком расстояния. Для одной серии ускорение свободного падения оказалось 11,7, для другой — $10,9 \text{ м/с}^2$. Более глубокое сопоставление данных, полученных в одних и тех же экспериментах разными методами — видеоанализом и с

помощью цифровых датчиков, может стать новым направлением наших исследований. Оно выходит за рамки данной работы.

Способ 3. Измерение ускорения свободного падения с помощью математического маятника

Теоретические предпосылки

Известно, что период колебаний математического маятника выражается формулой:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l — длина нити математического маятника, g — ускорение свободного падения.

После преобразования формулы получаем выражение для расчета ускорения свободного падения:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}.$$

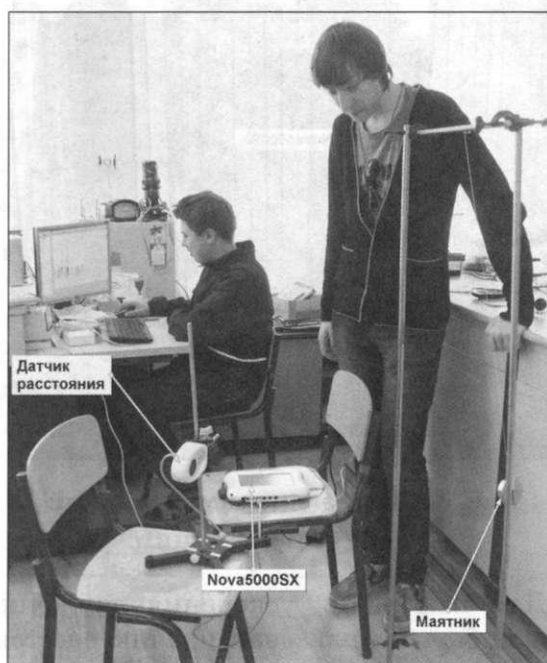


Рис. 11. Измерение периода колебаний математического маятника

Для измерения периода колебаний маятника использовался датчик расстояния цифровой лаборатории «Архимед».

Вид установки приведен на рисунке 11.

Параметры регистрации датчика расстояния: 25 замеров в секунду в течение 40 секунд. Пример графика, зарегистрированного датчиком расстояния, приведен на рисунке 12.

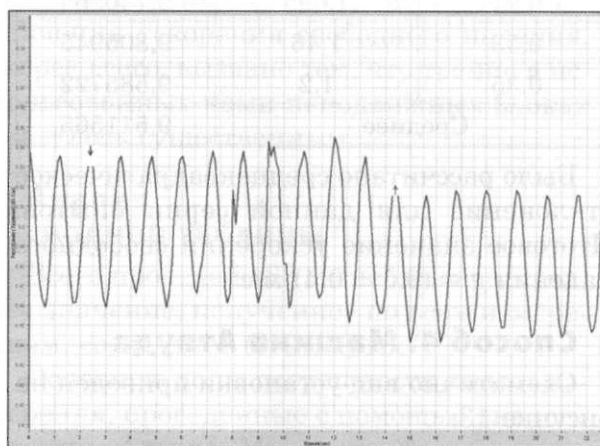


Рис. 12. Вид графика колебательного движения, зарегистрированного датчиком расстояния цифровой лаборатории «Архимед»

Период колебаний измерялся с помощью инструмента программы Multilab Два курсора. На рисунке 12 отчетливо видно расположение двух курсоров, которые были выставлены на вершины пиков, отстоящих друг от друга на 10 периодов. При этом под окном графиков появляется информация о разнице координат двух курсоров. В данном случае нам важно расстояние по оси абсцисс, по которой отложено время. Оно составило 12 секунд, что дает для периода колебаний значение 1,2 с.

Нами были проведены измерения для пяти разных длин математического маятника и получены следующие значения

для периодов и ускорений свободного падения (см. табл. 1).

Таблица 6
Результаты измерения ускорения
свободного падения с помощью
математического маятника

l (м)	T (с)	g (м/с ²)
1,03	2,145	8,828805
0,92	1,945	9,591089
0,71	1,695	9,746265
0,53	1,46	9,805945
0,35	1,2	9,585722
Среднее		9,511565

Было рассчитано среднеквадратическое отклонение для данной серии опытов. Итоговое значение ускорения свободного падения $g = (9,5 \pm 0,4) \text{ м/с}^2$.

Способ 4. Машина Атвуда

Схематично вид установки приведен на рисунке 13.

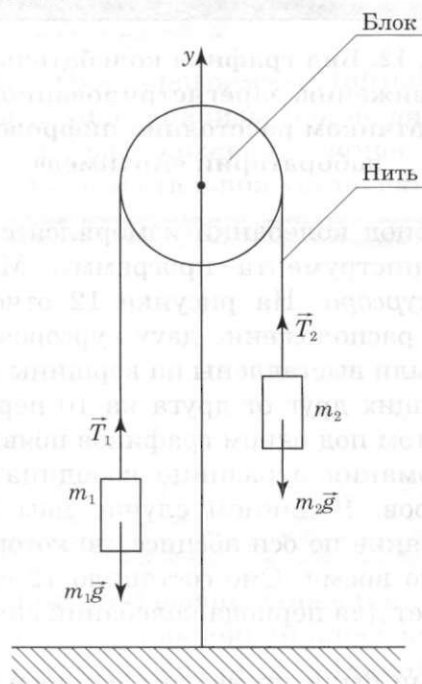


Рис. 13. Схема установки
«Машина Атвуда»

В этой установке грузы движутся с одинаковым ускорением, и если нить нерастяжима, то ее натяжение везде одинаково.

Проекция на направления движения грузов уравнений II закона Ньютона для каждого груза дает нам следующую систему:

$$am_1 = gm_1 - T,$$

$$am_2 = T - gm_2.$$

Сложив эти два уравнения, получаем взаимосвязь ускорения движения грузов с ускорением свободного падения: $a(m_1 + m_2) = g(m_1 + m_2)$. Следовательно, зная массы грузов, и измерив ускорение движения грузов, можно определить ускорение свободного падения.

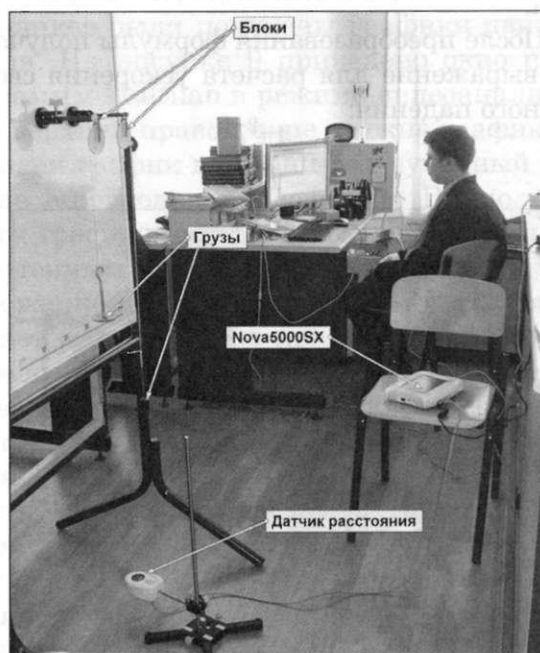


Рис. 14. Вид экспериментальной
установки

Для измерения ускорения движения грузов был использован датчик расстояния цифровой лаборатории «Архимед» (настройки — 25 замеров в секунду в течение 40 секунд). Оказалось, что в классичес-

ком варианте схемы установки (с одним неподвижным блоком) датчик расстояния реагирует на самый близкий к нему предмет и в момент, когда грузы находятся на одинаковом расстоянии от него, начинает регистрировать график движения приближающегося груза.

Чтобы увеличить достоверность данных пришлось в конструкцию добавить второй неподвижный блок (рис. 14).

Вид зарегистрированного графика движения отдаляющегося от датчика груза приведен на рисунке 15. На этом графике показан участок, для которого проведена аппроксимация полиномом второй степени и указан вид этого полинома. В данном примере ускорение движения груза составило $1,74 \text{ м/с}^2$.

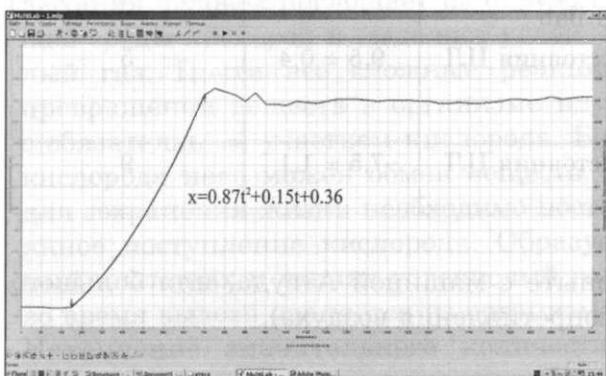


Рис. 15. Вид графика движения груза в машине Атвуда

Результаты измерений, проведенные на данной установке, приведены в таблице 7.

Таблица 7

Результаты измерения на установке «Машина Атвуда»

m_1 (г)	m_2 (г)	a (м/с ²)	g (м/с ²)
70	80	0,4	6
70	90	1,04	8,32
70	90	0,92	7,36

50	60	0,88	9,68
50	70	1,16	6,96
50	70	1,04	6,24
50	80	1,8	7,8
50	80	1,74	7,54
50	90	2,26	7,91
Среднее			7,5344

Значение по всей серии: $g = (7,5 \pm 1,1) \text{ м/с}^2$. Отклонение на 25% от действительного значения ускорения свободного падения, скорее всего, вызвано тем, что трение в использованных нами неподвижных блоках оказалось существенным.

Анализ сводной таблицы

Всего проведено 83 эксперимента, среднее значение, полученное по всем измерениям, составляет $(9,4 \pm 1) \text{ м/с}^2$.

Основную долю погрешности вносят измерения, проведенные с помощью аналога машины Атвуда. Мы предполагаем, что в этой серии экспериментов существенно сказалось трение в системе блоков. Падение металлического листа также происходило с ускорением, более чем на 10% отличающимся от табличного значения ускорения свободного падения. Мы предполагаем, что в данном случае сказалось значительное сопротивление воздуха. Как известно [1], коэффициент лобового сопротивления при движении предметов прямоугольной формы примерно в 2 раза больше этого коэффициента для тел шарообразной формы.

Без учета последней серии экспериментов (машины Атвуда) результат оказывается $(9,7 \pm 0,7) \text{ м/с}^2$.

Выводы

Проведенные нами исследования показали, что даже в условиях передового оснащения школьного кабинета физики

Таблица 8

Сводная таблица проведенных измерений

Метод	Изучаемый предмет	Способ измерения	Результат для g	Число опытов
Свободное падение	Проводящий шарик	Комплект ME-4, Phywe	$10,3 \pm 0,4$	15
	Металлический лист	Датчик расстояния ЦЛ «Архимед»	$8,6 \pm 0,9$	10
	Мяч	Датчик расстояния ЦЛ «Архимед»	$9,2 \pm 0,7$	10
	Датчик ускорения	ЦЛ Cobra4	10 ± 1	10
	Датчик ускорения + деревянный брусок	ЦЛ «Архимед»	$9,6 \pm 0,7$	10
Наклонная плоскость	Легкоподвижная машинка на демонстрационной дорожке Phywe	Таймер Т4 (фотоворота)	10,4	Среднее по 3-м измерениям
		Датчик расстояния ЦЛ «Архимед»	$9,2 \pm 0,3$	9
		Видеоанализ в программе Multilab	11,3	2 опыта
Математический маятник	Груз на нитке	Датчик расстояния ЦЛ «Архимед»	$9,5 \pm 0,4$	5
Машина Атвуда	Два наборных груза	Датчик расстояния ЦЛ «Архимед»	$7,5 \pm 1,1$	9

задача точного измерения ускорения свободного падения представляется весьма непростой. Для его измерений важно выбрать экспериментальный метод, при реализации которого не возникает дополнительных источников погрешности (большой силы трения, как у нас произошло в

опыте с машиной Атвуда, или большого сопротивления воздуха).

Литература

1. Алешкевич В.А., Деденко Л.Г., Караваев В.А. Механика сплошных сред: Курс лекций. — М: МГУ, 1998. — С. 78–80.

